# Kompresja obrazów statycznych - algorytm JPEG

**Joint Photographic Expert Group - 1986**

- ISO - International Standard Organisation
- CCITT - Comité Consultatif International de Téléphonie et Télégraphie

**Standard ISO - 1991**



**Zastosowanie algorytmu - kompresja cyfrowych obrazów fotograficznych**

**Założenia:**

- **obraz monochromatyczny**

  tablica liczb całkowitych opisujących jasność punktów obrazu
- **obraz barwny**

  tablice liczb całkowitych (zazwyczaj trzy) opisujące obraz w języku przyjętego modelu barw n.p. dla modelu RGB trzy tablice określające zawartości trzech barw podstawowych



**Algorytm kodowania obrazu**

1. Konwersja obrazu do modelu YIQ (obrazy barwne)
2. Podział obrazu na bloki
3. Obliczenie transformaty kosinusowej dla bloków
4. Kwantyzacja współczynników transformaty
5. Konwersja tablicy współczynników do postaci wektora
6. Kodowanie wektora współczynników



**1. Konwersja obrazu do modelu YIQ**

Przykładowo, dla modelu RGB obraz opisany jest przy pomocy trzech tablic

$$\boldsymbol{R} = [\boldsymbol{r}_{ij}],\ \boldsymbol{G} = [\boldsymbol{g}_{ij}],\ \boldsymbol{B} = [\boldsymbol{b}_{ij}]$$

Konwersja polega na opisaniu obrazu przy pomocy trzech nowych tablic $\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{Q}$, których elementy oblicza się według zależności

$$\begin{bmatrix} y_{ij} \\ i_{ij} \\ q_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.229 & 0.587 & 0.114 \\ -0.168 & -0.257 & -0.321 \\ 0.212 & -0.528 & 0.311 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ij} \\ g_{ij} \\ b_{ij} \end{bmatrix}$$

Po wykonaniu konwersji obraz jest opisany przy pomocy trzech nowych tablic

$$Y = \left[ y_{ij} \right],\ I = \left[ i_{ij} \right],\ Q = \left[ q_{ij} \right]$$

Tablica $Y$ określa tak zwaną luminancję, natomiast $I$ i $Q$ chrominancję .

## 2. Podział obrazu na bloki

Tablice $Y$, $I$ i $Q$ po przeskalowaniu tak, że ich elementy stają się liczbami całkowitymi dzieli się na bloki (mniejsze tablice) o rozmiarze 8x8, opisane funkcją.

$$f(x,y) \quad x = 0,1,...,7 \quad y = 0,1,...,7$$



## 3. Obliczanie transformaty kosinusowej (DCT) dla bloków

**f(x,y) $\Rightarrow$ F(u,v)**

$$F(u,v) = \frac{C(u)C(v)}{4} \sum_{x=0}^{7} \sum_{y=0}^{7} f(x,y) \cos\left( \frac{2x+1}{16} up \right) \cos\left( \frac{2y+1}{16} vp \right)$$

**F(u,v) $\Rightarrow$ f(x,y)**

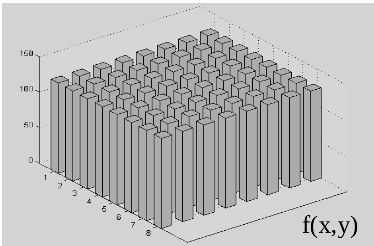
$$f(x,y) = \frac{1}{4} \sum_{u=0}^{7} \sum_{v=0}^{7} C(u)C(v)F(u,v) \cos\left( \frac{2x+1}{16} up \right) \cos\left( \frac{2y+1}{16} vp \right)$$

$$gdzie \quad C(u) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & dla \quad u = 0 \\ 1 & dla \quad u \neq 0 \end{cases} \quad i \quad C(v) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & dla \quad v = 0 \\ 1 & dla \quad v \neq 0 \end{cases}$$

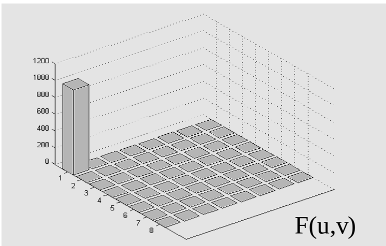


## Fragment obrazu „płaszczyzna”

Blok obrazu wejściowego



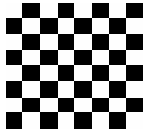

Blok jako funkcja



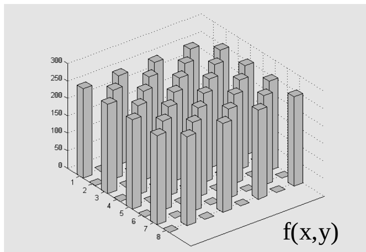

Transformata DCT funkcji



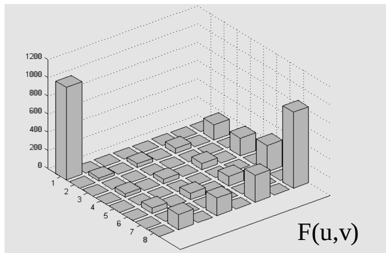
## Fragment obrazu „szachownica”



Blok obrazu wejściowego



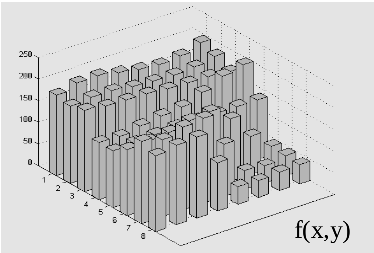

Blok jako funkcja



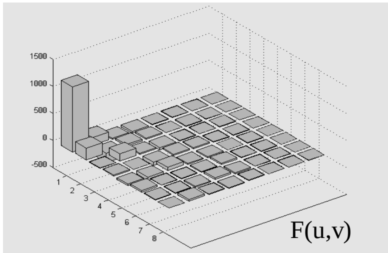

Transformata DCT funkcji

## Fragment obrazu fotograficznego

Blok obrazu wejściowego




Blok jako funkcja




Transformata DCT funkcji



## Funkcja i transformata dla obrazu fotograficznego

$$
f(x,y) = \begin{bmatrix}
186 & 198 & 199 & 190 & 182 & 177 & 182 & 197 \\
179 & 184 & 183 & 176 & 173 & 172 & 175 & 184 \\
188 & 182 & 180 & 178 & 174 & 172 & 171 & 166 \\
132 & 130 & 139 & 146 & 151 & 169 & 191 & 201 \\
131 & 134 & 137 & 140 & 139 & 139 & 139 & 138 \\
153 & 157 & 161 & 172 & 177 & 145 & 89 & 49 \\
190 & 178 & 192 & 196 & 120 & 43 & 39 & 47 \\
176 & 184 & 187 & 112 & 41 & 39 & 43 & 44
\end{bmatrix}
$$

$$
F(u,v) = \begin{bmatrix}
1.2047 & 0.1372 & -0.0212 & -0.0364 & 0.0023 & 0.0088 & 0.0023 & 0.0002 \\
0.2165 & -0.1758 & 0.0319 & 0.0240 & -0.0012 & -0.0143 & -0.0025 & -0.0002 \\
-0.0087 & 0.1324 & 0.0194 & -0.0460 & -0.0065 & 0.0029 & 0.0046 & 0.0001 \\
0.0169 & -0.0018 & -0.0613 & 0.0242 & 0.0146 & -0.0103 & -0.0063 & -0.0006 \\
-0.0315 & -0.0626 & 0.0572 & -0.0192 & -0.0225 & 0.0000 & 0.0069 & -0.0004 \\
0.0287 & 0.0069 & -0.0122 & -0.0150 & 0.0260 & 0.0086 & -0.0065 & 0.0001 \\
0.0123 & 0.0115 & -0.0166 & 0.0300 & -0.0216 & -0.0075 & 0.0049 & 0.0004 \\
-0.0005 & 0.0352 & 0.0060 & -0.0166 & 0.0128 & 0.0052 & -0.0039 & -0.0005
\end{bmatrix} * 1.0e{+}003
$$



## 4. Kwantyzacja współczynników transformaty

$$F(u,v) \Rightarrow F^Q(u,v)$$

$$F^Q(u,v) = Integer\ \ Round\left(\frac{F(u,v)}{Q(u,v)}\right)$$

$$
Q(u,v) = \begin{bmatrix}
16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\
12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 56 \\
14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\
14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\
18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\
24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\
49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\
72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99
\end{bmatrix}
$$

dla luminancji $Y$ lub obrazów szarych

$$
Q(u,v) = \begin{bmatrix}
17 & 18 & 24 & 47 & 24 & 40 & 51 & 61 \\
18 & 21 & 26 & 66 & 26 & 58 & 60 & 56 \\
24 & 26 & 56 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\
47 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\
99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\
99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\
99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 \\
99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99 & 99
\end{bmatrix}
$$

dla chrominancji $I$ i $Q$



## Funkcja i skwantowana transformata dla obrazu fotograficznego

$$
f(x,y) = \begin{bmatrix}
186 & 198 & 199 & 190 & 182 & 177 & 182 & 197 \\
179 & 184 & 183 & 176 & 173 & 172 & 175 & 184 \\
188 & 182 & 180 & 178 & 174 & 172 & 171 & 166 \\
132 & 130 & 139 & 146 & 151 & 169 & 191 & 201 \\
131 & 134 & 137 & 140 & 139 & 139 & 139 & 138 \\
153 & 157 & 161 & 172 & 177 & 145 & 89 & 49 \\
190 & 178 & 192 & 196 & 120 & 43 & 39 & 47 \\
176 & 184 & 187 & 112 & 41 & 39 & 43 & 44
\end{bmatrix}
$$

$$
F^Q(u,v) = \begin{bmatrix}
75 & 2 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 5 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 10 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & -3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

## Odwrócenie wykonanych operacji (dekodowanie)

$$\textit{Integer Round}\ (\mathrm{DCT}^{-1}(\ F^{Q}(u,v)*Q(u,v)\ ))\ \Longrightarrow\ f^{*}(x,y)$$

Dla obrazu fotograficznego

$$f(x,y)=\begin{bmatrix} 186 & 198 & 199 & 190 & 182 & 177 & 182 & 197 \\ 179 & 184 & 183 & 176 & 173 & 172 & 175 & 184 \\ 188 & 182 & 180 & 178 & 174 & 172 & 171 & 166 \\ 132 & 130 & 139 & 146 & 151 & 169 & 191 & 201 \\ 131 & 134 & 137 & 140 & 139 & 139 & 139 & 138 \\ 153 & 157 & 161 & 172 & 177 & 145 & 89 & 49 \\ 190 & 178 & 192 & 196 & 120 & 43 & 39 & 47 \\ 176 & 184 & 187 & 112 & 41 & 39 & 43 & 44 \end{bmatrix} \quad f^{*}(x,y)=\begin{bmatrix} 183 & 186 & 187 & 182 & 176 & 178 & 188 & 198 \\ 178 & 188 & 196 & 192 & 180 & 169 & 168 & 171 \\ 169 & 174 & 178 & 175 & 170 & 170 & 176 & 183 \\ 147 & 140 & 133 & 135 & 148 & 168 & 186 & 197 \\ 131 & 126 & 126 & 135 & 149 & 153 & 146 & 136 \\ 150 & 160 & 173 & 178 & 163 & 127 & 82 & 51 \\ 176 & 190 & 195 & 172 & 125 & 75 & 44 & 31 \\ 181 & 185 & 168 & 114 & 50 & 19 & 32 & 58 \end{bmatrix}$$



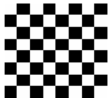
## Kodowanie i dekodowanie (przykłady)

- Dla obrazu fotograficznego

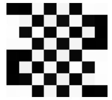
przed kompresją $f(x,y)$

po kompresji i dekompresji $f^{*}(x,y)$

- Dla obrazu „szachownica”



przed kompresją $f(x,y)$



po kompresji i dekompresji $f^{*}(x,y)$



## 5. Konwersja tablicy współczynników do postaci wektora

$$F^{Q}(u,v) \ \Longrightarrow\ [DC,\ AC_1,\ AC_2,\dots,\ AC_{63}]$$

Algorytm zig-zag (A. G. Tescher 1978)

$$F^{Q}(u,v) = \begin{bmatrix} 75 & 2 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 18 & 5 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 10 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$[DC,\ AC_1,\dots,AC_{63}] = [75, 2, 18, -1, 5, -2, -2, 2, 10, 1, -2, 0, 1, 1, 0, 0, 0, -2, -3, -3, 1, 0, 0,\dots, 0]$



## 6. Kodowanie wektora współczynników

wektor - $[DC,\ AC_1,\ AC_2,\dots,\ AC_{63}]$

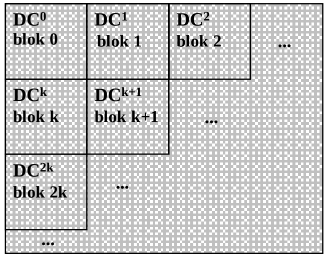
- kodowanie **DC** dla bloków obrazu (tablicy bloków)
- kodowanie $AC_1$, $AC_2$, ... , $AC_{63}$ dla bloku

Kodowanie entropijne - długość słowa kodowego odpowiadającego kodowanemu elementowi (symbolowi) jest różna dla różnych elementów.

Elementy, które statystycznie występują częściej mają krótsze słowa kodowe.

## 6.1. Kodowanie DC (składowej stałej)

Obraz został podzielony na bloki 8x8.




**$DC^i$** - składowa stała dla bloku **i , $i = 0, 1, ..., m$**

**m -** liczba bloków obrazu

Do kodowania składowej stałej stosuje się algorytm DPCM.



### Algorytm kodowania składowej stałej DC

- Buduje się wektor
  **$DC = [DC^0, DC^1, DC^2, ..., DC^k, DC^{k+1}, ..., DC^m]$**.
- Wylicza się wektor $\Delta = [\Delta_0, \Delta_1, ..., \Delta_i, ..., \Delta_m]$ ze wzoru

$$\Delta_0 = DC^0$$

$$\Delta_i = DC^i - DC^{i-1} \quad i = 1,2, ...,m$$

- Elementy wektora $\Delta = [\Delta_0, \Delta_1, ..., \Delta_i, ..., \Delta_m]$ koduje się przy pomocy tabeli kodu Huffmana



## 6.2. Kodowanie $[AC_1, AC_2, ...,AC_{63}]$

Przykładowa postać wektora:

$[AC_1,...,AC_{63}] = [2, 18, -1, 5, -2, -2, 2, 10, 1, -2, 0, 1, 1, 0, 0, 0, -2, -3, -3, 1, 0, 0,..., 0]$

Wektor zawiera elementy niezerowe, przedzielone niekiedy ciągami zer.

$$[\ ..., AC_{i-1}, 0,..., 0, AC_i, 0,..., 0, AC_{i+1}, 0,...\ ]$$

Ciąg elementów koduje się przy pomocy następującej struktury.

| ... | Symbol-1 | Symbol-2 | Symbol-1 | Symbol-2 | ... |
|---|---|---|---|---|---|



**$AC_i$ =** | Symbol-1 | Symbol-2 |

| Symbol-1 | **= (Runlength, Size)**

| Symbol-2 | **= (Amplitude)**

**Runlength –** liczba zer pomiędzy **$AC_i$** i poprzednim niezerowym **$AC_{i-1}$** (kodowana jako liczba binarna)

**Size –** liczba określająca zakres **$AC_i$**

**Amplitude –** liczba wyrażajaca wartość **$AC_i$**

Do kodowania **$AC_i$** używa się kodu Huffmana.

**Algorytm kodowania $AC_i$:**

1. Obliczana jest liczba $S$ przy pomocy wzoru

$$S = \textit{Integer Round}\,[\log_2(\,\mathrm{abs}(AC_i)\,)\,+1]$$

2. Dla liczby $S$ znajdowane jest słowo kodu Huffmana określające kod **Size** np. według następującej tabeli:

| $S$ | kod **Size** | $S$ | Kod **Size** |
|---|---|---|---|
| 0 | 00 | 6 | 1110 |
| 1 | 010 | 7 | 11110 |
| 2 | 011 | 8 | 111110 |
| 3 | 100 | 9 | 1111110 |
| 4 | 101 | 10 | 11111110 |
| 5 | 110 | 11 | 111111110 |



Następnie wyliczany jest kod **Amplitude** zgodnie z kolejną tabelą:

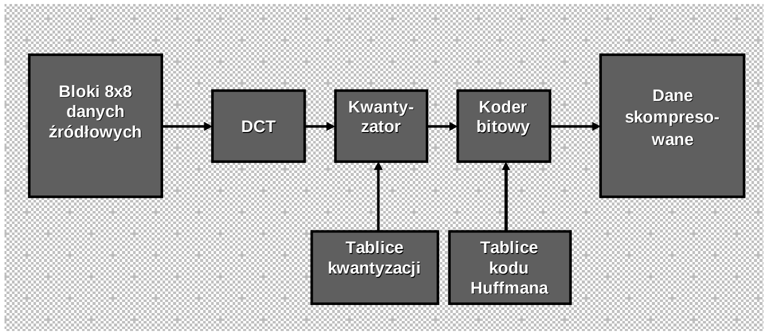
| $S$ | współczynnik $AC_i$ | Kod **Amplitude** |
|---|---|---|
| 0 | 0 | --- |
| 1 | -1, 1 | 0, 1 |
| 2 | -3, -2, 2, 3 | 00, 01, 10, 11 |
| 3 | -7, ...,-4, 4, ...,7 | 000, ..., 011, 100, ...,111 |
| 4 | -15, ...,-8, 8, ...,15 | 0000, ..., 0111, 1000, ..., 1111 |
| - | itd. | itd. |

Przykład: $AC_i$ **= 12** to: $S = 4$, **Size** = 101, **Amplitude** = 1100, czyli razem kod $AC_i$ = 1011100



## 7. Podsumowanie

Koder JPEG (uproszczony)






Dekoder JPEG (uproszczony)